

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضیات (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۶/۱۳		سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه		ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۸۲	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 4\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 6\}$ باشند؛ مجموعه های $A \cup B$ و $A \cap B$ را به صورت فاصله (بازه) بنویسید.	۱
۲	توابع $f(x) = x^3 + 2x$ و $g(x) = 4 - x^2$ مفروضند؛ مقدار $(f \circ g)(1)$ را بدست آورید.	۱
۳	دامنه توابع زیر را مشخص کنید. الف) $f(x) = \frac{x-4}{x^2-5x+6}$ ب) $g(x) = \tan\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$	۲
۴	با توجه به نمودار تابع $f(x)$. حاصل عبارتهای زیر را بنویسید. الف) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ پ) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ت) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ث) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$	۱/۲۵
۵	حد توابع زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{3-\sqrt{x+6}}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^2-2x}$ پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan^2 x$ ت) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^3-1}{x+2}$	۳/۵
ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم		

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۶/۱۳		سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه		ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۸۲	

۱/۵	آیا تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x \leq -1 \\ 2x^2 + 3 & x > -1 \end{cases}$ در نقطه $x = -1$ حد دارد؟ چرا؟	۶
۱/۲۵	مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 8 & x < 2 \\ a & x = 2 \\ x + 2b & x > 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ پیوسته باشد.	۷
۱/۲۵	تابع $y = \sqrt{x - x^2}$ در چه فاصله ای پیوسته است؟	۸
۲	مشتق تابع های زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست). الف) $y = \sin^2 \Delta x$ ب) $y = 3x^2(x^3 - 4x)$ پ) $y = \frac{1}{x^2 + 4x - 5}$ ت) $y = \sqrt{x^3 - 3x + 5}$	۹
۱	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2 - 2x$ را در نقطه $x = 1$ بدست آورید.	۱۰
۲	نمودار تابع $y = x^3 - 3x$ را رسم کنید.	۱۱
۱/۲۵	تابع $f(x) = ax^2 + bx + 4$ داده شده است ضرایب a و b را چنان بیابید که نقطه $(5, -1)$ ماکسیمم یا مینیمم این تابع باشد.	۱۲
۱	معادله خط قائم بر منحنی $y = x^2 - 1$ را در نقطه $(2, 3)$ بنویسید. « موفق باشید »	۱۳
۲۰	جمع نمرات	

باسمه تعالی

رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۶/۱۳	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۸۲

راهنمای تصحیح	ردیف
$A \cup B = (-\infty, 6] \quad (0/5)$ ، $A \cap B = (-3, 4] \quad (0/5)$	۱
$g(1) = 4 - 1^2 = 3 \Rightarrow (f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(3) = 3^2 + 2(3) = 23 \quad (1)$	۲
الف) $x^2 - 5x + 6 = 0 \quad (0/25) \Rightarrow x = 2, x = 3 \quad (0/25) \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{2, 3\} \quad (0/5)$ ب) $g(x) = \tan\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)}{\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)} \Rightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) \neq 0 \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{2} \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (0/5) \Rightarrow$ $x \neq \frac{1}{2}k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow D_g = \left\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq \frac{1}{2}k\pi + \frac{\pi}{2}\right\} \quad (0/5)$	۳
الف) ۲ (۰/۲۵) ب) ۱ (۰/۲۵) پ) حد ندارد (۰/۲۵) ت) ۲ (۰/۲۵) ث) ۲ (۰/۲۵)	۴
الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{3 - \sqrt{x+6}} = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 9}{3 - \sqrt{x+6}} \times \frac{3 + \sqrt{x+6}}{3 + \sqrt{x+6}} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \left(- (x+3) \left(\frac{3 + \sqrt{x+6}}{3 + \sqrt{x+6}} \right) \right) \quad (0/5)$ $= - (2+3) \left(\frac{3 + \sqrt{2+6}}{3 + \sqrt{2+6}} \right) = -26 \quad (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)(x-2)}{x(x-2)} \quad (0/5) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1}{x} = \frac{2-1}{2} \quad (0/25) = \frac{1}{2} \quad (0/25)$ پ) $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \tan^2 x = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \quad (0/25) = \frac{1}{0^+} \quad (0/25) = +\infty \quad (0/25)$ ت) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^2 - 1}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^2}{x} \quad (0/25) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} 4x = +\infty \quad (0/5)$	۵
$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = (-1)^2 + 2 = 3 \quad (0/5)$ $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 2(-1)^2 + 3 = 5 \quad (0/5)$ \Rightarrow تابع f در $x = -1$ حد ندارد \Rightarrow حد راست \neq حد چپ $\quad (0/25)$	۶
$f(2) = a \quad (0/25)$ ، $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x + 3b) = 2 + 3b \quad (0/25)$ ، $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + 2x - 8) = 0 \quad (0/25)$ $\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \quad (0/25) \\ 2 + 3b = 0 \Rightarrow b = -\frac{2}{3} \quad (0/25) \end{cases}$	۷

ادامه در صفحه دوم

باسمه تعالی

رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات (۳)																		
تاریخ/امتحان: ۱۳۸۲/۰۶/۱۳	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)																		
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۸۲																		
$x - x^2 \geq 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \quad (۰/۷۵) \Rightarrow D_f = [0, 1] \Rightarrow$ تابع در فاصله $[0, 1]$ پیوسته است. ۸																			
الف) $y' = 2(\Delta \cos \Delta x) \sin \Delta x \quad (۰/۵)$ ب) $y' = 6x(x^2 - 4x) + 3x^2(3x^2 - 4) \quad (۰/۵)$ پ) $y' = \frac{-(2x+4)}{(x^2+4x-5)^2} \quad (۰/۲۵)$ ت) $y' = \frac{3x^2-3}{2\sqrt{x^2-3x+5}} \quad (۰/۲۵)$ ۹																			
$f'(1) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1+\Delta x) - f(1)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{[(1+\Delta x)^2 - 2(1+\Delta x)] - (-1)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(\Delta x)}{\Delta x} = 0 \quad (۰/۲۵)$ (۰/۲۵) \qquad (۰/۲۵) \qquad (۰/۲۵) ۱۰																			
$D = \mathbb{R} \Rightarrow x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y \rightarrow \pm\infty \quad (۰/۲۵)$, $y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = 1, x = -1 \quad (۰/۵) \Rightarrow$ $y'' = 6x \Rightarrow x = 0, y = 0 \quad (۰/۲۵)$ <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> <tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>↗</td><td>↘</td><td>↗</td><td>$+\infty$</td></tr> </table> </div> ۱۱		x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	↗	↘	↗	$+\infty$
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$														
y'	+	0	-	0	+														
y	$-\infty$	↗	↘	↗	$+\infty$														
$y' = 2ax + b \quad (۰/۲۵)$ $f(-1) = 5 \rightarrow a - b + 4 = 5 \rightarrow a - b = 1 \quad (۰/۲۵)$ $f'(x) = 2ax + b \rightarrow f'(-1) = 0 \rightarrow -2a + b = 0 \quad (۰/۲۵)$ ۱۲																			
$f'(x) = 2x \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m = f'(2) = 4 \quad (۰/۲۵) \quad mm' = -1 \Rightarrow m' = -\frac{1}{4} \quad (۰/۲۵)$ $y - 3 = -\frac{1}{4}(x - 2) \quad (۰/۲۵)$ ۱۳																			
مصححین محترم با عرض سلام و خسته نباشید ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید . با تشکر																			